

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**  
на диссертацию Лапшиной Марины Геннадьевны  
«В-ПОТЕНЦИАЛЫ НЬЮТОНА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ  
К ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ РАДОНА И РАДОНА-КИПРИЯНОВА»,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Обобщение классической теории потенциалов различных классов для оператора Лапласа на случай дифференциальных операторов, содержащих оператор Бесселя по всем или части переменных, превратилось в самостоятельный раздел на стыке теории функций, функционального анализа и дифференциальных уравнений примерно в 1970-х годах. В этой теории основным инструментом стало использование операторов обобщённого сдвига, именно с их помощью строятся различные классы потенциалов и доказываются оценки для них в различных функциональных пространствах, вводятся и исследуются дробные степени дифференциальных операторов, изучаются сингулярные интегральные и дифференциальные уравнения, фундаментальные решения для дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

Следует отметить, что указанное направление исследований стало возможным после фундаментальных работ И.А.Киприянова по классификации дифференциальных уравнений с операторами Бесселя (на В-эллиптические, В-гиперболические, В-параболические), созданию им законченной теории разрешимости В-эллиптических уравнений в специальных классах введённых и подробно изученных функциональных пространств, которые получили название "пространства Киприянова".

Первоначально потенциалы на основе операторов обобщённого сдвига были введены в работах И.А.Киприянова и его соавторов В.И.Конonenко, М.И.Ключанцева, Л.А.Иванова в период 1967–1983 гг., в этих работах в основном рассматривались обобщения сингулярных интегральных операторов и построение фундаментальных решений, потенциальные операторы также рассматривались в работах В.П.Шацкого. Принято считать, что термин "В-потенциал Рисса" впервые появился в работе А.Д.Гаджиева и И.А.Алиева 1988 г., примерно в то же время он стал использоваться в работах Л.Н.Ляхова. Этот класс потенциалов активно изучался и изучается до сих пор в работах И.А.Алиева, А.Д.Гаджиева, Л.А.Иванова, В.И.Буренкова, К.Стемпака, Ж.Хасанова и особенно активно в последние годы изучается в работах В.Гулиева, Л.Н.Ляхова и их учеников. Класс "В-гармонических потенциалов Рисса" изучается в работах Э.Л.Шишкиной.

Обращение преобразования Радона с использованием операторов обобщённого сдвига (которое в диссертации называется преобразованием Радона-Киприянова) ранее изучалось для функций из пространства Л.Шварца с использованием преобразований Фурье и Ханкеля (Фурье-Бесселя), этот подход имеет как свои преимущества, так и ограничения.

Для теоретических и прикладных задач практический интерес представляют формулы обращения этого преобразования для не очень хороших функций, например, только непрерывных или разрывных. В классической теории преобразования Радона среди прочих методов обращения для этой цели применяются потенциалы непрерывных по Гёльдеру функций, обращение которых достигается применением соответствующей степени оператора Лапласа. Для  $V$ -потенциалов подобная теория развивается в данной диссертации. Несомненно, тема работы интересна, актуальна и перспективна.

Содержание рецензируемой работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка цитируемой литературы, включающего 47 наименований. Объем диссертации 124 страницы. Работа изложена достаточно подробно для понимания сути исследования. В первой главе дан обзор известных сведений о преобразованиях Радона и его обобщениях с использованием операторов обобщенного сдвига. Во второй главе изучаются  $V$ -потенциалы и  $V$ -потенциалы Ньютона ограниченных, кусочно-гладких и непрерывных по Гёльдеру функций. В третьей главе решаются задачи обращения  $V$ -потенциала Ньютона Гёльдеровской функции и обращения некоторых операторов с ядром типа «плоской весовой волны». В четвертой главе рассматриваются приложения  $V$ -потенциалов Ньютона к преобразованиям Радона и его обобщениях с использованием операторов обобщенного сдвига.

Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В работе получены следующие новые результаты:

1. Получены формулы дифференцирования и  $V$ -дифференцирования  $V$ -потенциала Ньютона для функций из классов Гёльдера.
2. Получены формулы обращения некоторых интегральных операций с ядром типа «плоская весовая волна».
3. Получены формулы обращения обобщенного преобразования Радона для функций из классов Гёльдера.
4. Получены формулы обращения преобразования Радона для функций из классов Гёльдера, зависящих от сферической симметрии.

Перечисленные выше результаты имеют теоретическую значимость для математического анализа, они могут быть включены в общую теорию  $V$ -потенциалов. Возможно их применение в задачах вычислительной томографии.

Наряду с общей положительной оценкой работы, отметим следующие замечания.

1. В работе очень небольшой список литературы, что отражается на недостаточно полном анализе и цитировании предшествующих работ по рассматриваемой тематике.

2. В формулировке теоремы 2.4.1 нет необходимости вводить  $x_k$  и  $x_m$ , и писать что  $k = m$ . Достаточно ограничиться только рассмотрением  $x_k$ , что сократит формулировку теоремы без изменения содержания.

3. Лемма 3.2.2 записана только для случая  $m \geq \frac{k+2}{2}$ . Нет объяснения,

почему рассматривается именно этот случай, а не более общий.

4. Для полноты исследования было бы логично привести формулу вычисления потенциала двойного слоя от единицы (интеграл Гаусса). Для  $V$ -потенциалов этот результат не опубликован.

5. Есть замечания к доказательству теоремы 3.1.1. Вначале сказано, что вырезанная область либо шар, либо полушар, в зависимости от того, лежит вырезаемая особая точка на соответствующей координатной гиперплоскости или нет. Но подход к доказательству таков, что вырезанная точка непрерывно стремится к этой гиперплоскости. Но при этом вырезанный шар превращается в часть шара, отсеченную этой гиперплоскостью, что противоречит сказанному о вырезанной области в начале доказательства.

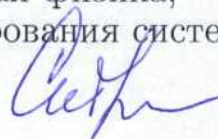
6. В диссертации присутствуют опечатки, но их количество не критично.

Перечисленные замечания не влияют на основные результаты работы. Таким образом, диссертация М.Г. Лапшиной представляет собой законченное исследование, выполненное на достаточно высоком теоретическом уровне. Автор диссертации продемонстрировала уверенное владение современными математическими методами. Все результаты диссертации являются новыми и актуальными. Достоверность полученных результатов не вызывает сомнений. Изложение результатов понятное и четкое.

Работа носит теоретический характер. Полученные в диссертационной работе результаты прошли достаточную апробацию: докладывались и обсуждались на международных и российских конференциях и своевременно опубликованы в реферируемых научных журналах. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа « $V$ -потенциалы Ньютона и их приложение к преобразованиям Радона и Радона-Киприянова» отвечает всем требованиям, предъявляемым п.9 Положения о присуждении ученых степеней к работам на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор — Марина Геннадьевна Лапшина заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент  
кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения и математическая физика,  
доцент, доцент кафедры математики и моделирования систем  
Воронежского института МВД России

 С.М. Ситник

Контактная информация:

Почтовый адрес: 394065, Воронеж, пр. Патриотов 53.

факс: 8 (473) 200-55-00.

Сайт: [www.vimvd.ru](http://www.vimvd.ru)

Телефон: 8-910-243-7771

E-mail: [mathsms@yandex.ru](mailto:mathsms@yandex.ru)

Подпись С.М. Ситника заверяю

